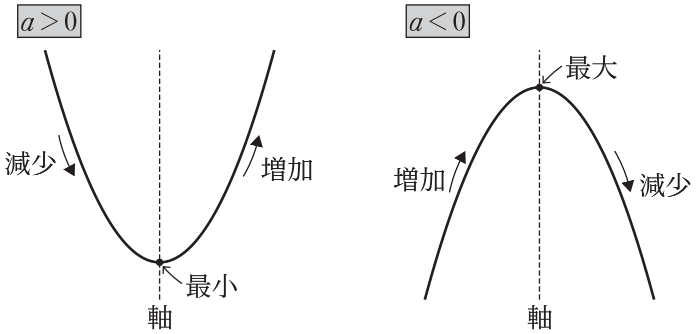
第 8 講　2 次関数の最大・最小，2 次関数の決定

PART1　2 次関数の最大・最小

要点 ①　2 次関数の最大・最小

2 次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフを利用すると，関数の値の変化を捉えることができる。



2 次関数の最大値，最小値について，一般に次のことがいえる。

2 次関数の最大・最小

2 次関数 $y=a(x-p)^2+q$ は

$a>0$ のとき　$x=p$ で最小値 q をとる。最大値はない

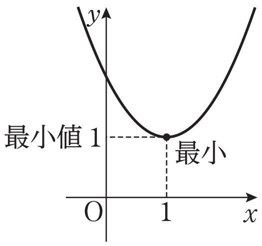
$a<0$ のとき　$x=p$ で最大値 q をとる。最小値はない

例　2 次関数 $y=(x-1)^2+1$ について

この関数のグラフは，頂点が点 $(1,\ 1)$ の下に凸の放物線である。よって

$x=$ 　のとき 最小値 　をとる。

最大値は 　　。

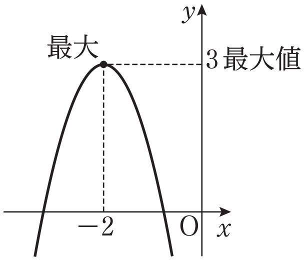


2 次関数 $y=-2(x+2)^2+3$ について

この関数のグラフは，頂点が点 $(-2,\ 3)$ の上に凸の放物線である。よって

$x=$ 　　のとき 最大値 　をとる。

最小値は 　　。



[MEMO]

1 次の 2 次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(1) $y=(x-2)^2+3$

(2) $y=-(x+3)^2-1$

(3) $y=3x^2-6x-1$

(4) $y=-2x^2-2x$

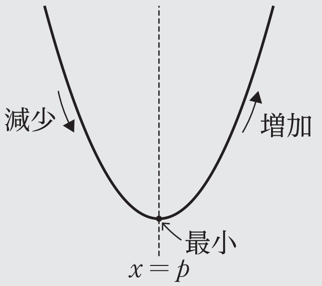
Point Pickup

2 次関数の最大・最小

標準形 $y=a(x-p)^2+q$ に変形し，値の増減をグラフで調べる。

$a>0$ のとき

グラフは　　　　　　の放物線

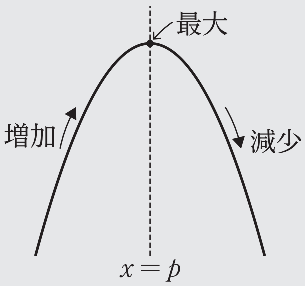


$x=p$ で　　　　　　q をとる

　　　　　はない

$a<0$ のとき

グラフは　　　　　　の放物線



$x=p$ で　　　　　　q をとる

　　　　　はない

第 8 講　PART1 確認問題

次の 2 次関数に最大値，最小値があればそれを求めよ。ただし，
それぞれ①～⑤のうちから選べ。

1　$y=(x-1)^2+2$

最大値 ア，最小値 イ

①　1　②　2　③　3　④　4　⑤　ない

2　$y=-(x+3)^2+4$

最大値 ウ，最小値 エ

①　1　②　2　③　3　④　4　⑤　ない

3　$y=2x^2-8x+9$

最大値 オ，最小値 カ

①　1　②　2　③　3　④　4　⑤　ない

4　$y=-x^2+6x-5$

最大値 キ，最小値 ク

①　1　②　2　③　3　④　4　⑤　ない

第 8 講　2 次関数の最大・最小，2 次関数の決定

PART1　2 次関数の最大・最小

1　次の 2 次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(1)　$y=(x-2)^2+3$　　(2)　$y=-(x+3)^2-1$

(3)　$y=3x^2-6x-1$　　(4)　$y=-2x^2-2x$

[解答]

(1)　$x=2$ のとき最小値 3，最大値はない

(2)　$x=-3$ のとき最大値 -1，最小値はない

(3)　$y=3x^2-6x-1=3(x^2-2x)-1=3\{(x-1)^2-1\}-1=3(x-1)^2-4$

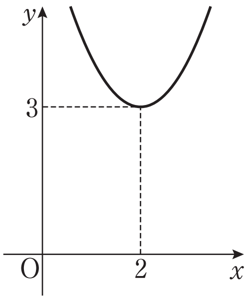
よって $x=1$ のとき最小値 -4，最大値はない

(4)　$y=-2x^2-2x=-2(x^2+x)=-2\left\{\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}\right\}=-2\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{2}$

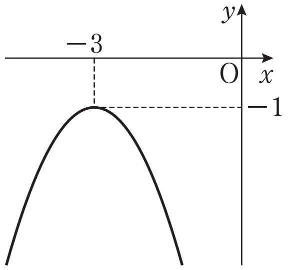
よって $x=-\dfrac{1}{2}$ のとき最大値 $\dfrac{1}{2}$，最小値はない

(参考図)

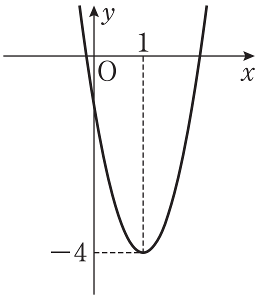
(1)



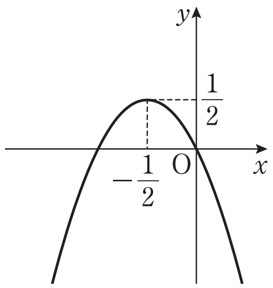
(2)



(3)



(4)



第 8 講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：⑤，イ：②

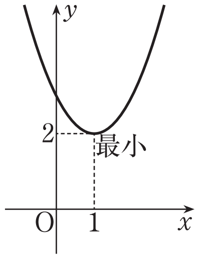
[解説]

$$y=(x-1)^2+2$$

$x=1$ のとき，

最小値 2

最大値は**ない**。



[A]

[A]　$y=a(x-p)^2+q$ よりグラフをかく。$a>0$ のとき，$x=p$ で最小値 q をとる。最大値はない。

2

[正解] ウ：④，エ：⑤

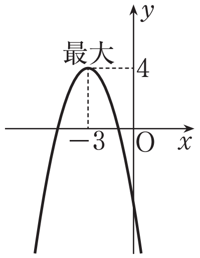
[解説]

$$y=-(x+3)^2+4$$

$x=-3$ のとき，

最大値 4

最小値は**ない**。



[B]

[B]　$y=a(x-p)^2+q$ よりグラフをかく。$a<0$ のとき，$x=p$ で最大値 q をとる。最小値はない。

3

[正解] オ：⑤，カ：①

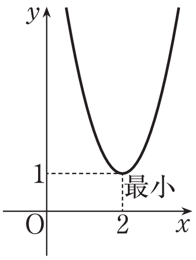
[解説]

$$\begin{aligned} y&=2x^2-8x+9\\ &=2(x^2-4x)+9\\ &=2\{(x-2)^2-4\}+9\\ &=2(x-2)^2+1 \end{aligned}$$ [C]

$x=2$ のとき，

最小値 1

最大値は**ない**。

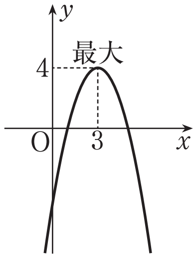


[C]　平方完成をし，$y=a(x-p)^2+q$ に変形，値の増減をグラフで調べる。

4 **[正解]** キ：④，ク：⑤

[解説]

$$y=-x^2+6x-5$$
$$=-(x^2-6x)-5$$
$$=-\{(x-3)^2-9\}-5$$
$$=-(x-3)^2+4 \quad \text{[D]}$$



$x=3$ のとき，

最大値 4

最小値は**ない**。

[D]　平方完成をし，$y=a(x-p)^2+q$ に変形，値の増減をグラフで調べる。